

CALCOLABILITÀ E LEGGI FISICHE

Federico Laudisa

Dipartimento di Scienze Umane “Riccardo Massa”,
Università di Milano-Bicocca,
Piazza dell’Ateneo Nuovo 1, 20126 Milano
federico.laudisa@unimib.it

Quale particolare privilegio ha questa piccola agitazione del cervello che chiamiamo pensiero, perché debba essere preso a modello dell’intero universo? Il favore che rivolgiamo a noi stessi è una parzialità che ci è presente, in verità, in tutte le occasioni. Tuttavia una filosofia autentica deve attentamente guardarsi da una illusione tanto naturale.

David Hume, *Dialoghi sulla religione naturale*¹

1 INTRODUZIONE

Il processo attraverso il quale la teoria della computabilità è stata posta ‘sulla via sicura della scienza’ ha avuto come ben noto numerose implicazioni anche al di fuori della cerchia dei matematici interessati a una fondazione rigorosa dei concetti di algoritmo o procedura. Alla luce di quella tradizione filosofica moderna che risale principalmente a Hobbes e Leibniz e che ha posto le basi di un’interpretazione ‘calcolistica’ dell’attività razionale umana nel suo complesso, i presupposti e i risultati di una teoria matematica della computabilità hanno avuto profonde ricadute sulle versioni novecentesche di tale tradizione. Il caso esemplare è rappresentato naturalmente dalle moderne scienze cognitive, i cui fondamenti e motivazioni originari si ispirano esplicitamente a un approccio computazionale. In una recente sintesi dedicata alle principali questioni teoriche che nascono dall’incontro di filosofia e scienze cognitive, Diego Marconi indica proprio nella *tesi della natura computazionale della cognizione* e nella *tesi del carattere astratto delle computazioni* le principali assunzioni che la scienza cognitiva trasferisce dal campo della teoria matematica degli algoritmi a quello più generale dello studio dei processi cognitivi².

¹ Hume (1997), p. 59.

² Marconi 2001, p.8.

La formulazione esplicita di queste tesi in termini computazionali è particolarmente utile perché mette in evidenza la dipendenza di tali tesi da una questione chiave della teoria della computabilità, una questione centrale in quanto relativa alla definizione stessa del dominio di applicabilità della teoria. Si tratta dell'annosa questione dello statuto della cosiddetta *tesi di Church-Turing*, enunciata nel 1936 in forme diverse dai due matematici di cui porta il nome. Come vedremo, è tuttora necessario soffermarsi sul significato e del ruolo della tesi di Church-Turing. In primo luogo, perché il campo delle scienze cognitive e quello connesso della filosofia della mente sono tuttora attraversati da teorie e argomenti fondati su interpretazioni confuse o scorrette del contenuto della tesi di Church-Turing.³ In secondo luogo, perché continua a non essere completamente chiaro il ruolo che un moderno approccio alla computabilità dovrebbe attribuire alla tesi di Church-Turing. In numerose presentazioni contemporanee della teoria della computabilità rimane infatti non sufficientemente chiarito quello che – come cercheremo di sottolineare adeguatamente nel lavoro – è di fatto il ruolo *assiomatico* del contenuto della tesi: la sottovalutazione o il fraintendimento di questo ruolo porta allora non di rado a discutere presunte ‘violazioni’ della tesi di Church-Turing ogni volta che emergono modelli computazionali non immediatamente riducibili al modello delle macchine di Turing (e suoi equivalenti).

Gli obiettivi che mi propongo nel presente lavoro sono allora almeno tre.

In primo luogo, vorrei difendere l'idea che la formulazione della tesi di Church-Turing corrisponde in realtà semplicemente alla individuazione di un determinato *sistema assiomatico* per la computazione. Sulla base di questo approccio, vorrei in particolare sostenere che **(a)** l'idea che l'interesse computazionale per certi processi fisici consista nella loro capacità di ‘violare’ la tesi di Church-Turing sembra essere basata su un malinteso, **(b)** un confronto tra la tesi di Church-Turing e la sua generalizzazione – nota come *tesi di Gandy* – risulta non soltanto estremamente naturale ma anche formulabile in termini che consentono di mettere adeguatamente in luce il ruolo svolto dalle *leggi fisiche* nella caratterizzazione delle rispettive tesi.⁴

³ Per alcuni esempi particolarmente indicativi di tali interpretazioni si veda Copeland 2002.

⁴ Bisogna sottolineare che, in linea con l'assunzione di finitezza e l'enfasi posta sull'‘agente razionale’ come esecutore delle procedure di calcolo (cfr. più avanti la sez. 2), adottiamo una formulazione della tesi di Church-Turing nella quale la nozione di *procedura algoritmica di computazione* si intende implicitamente riferita a procedure eseguibili *da esseri umani* (possiamo definirla *tesi ristretta* di Church-Turing). In questo senso, è allora corretto asserire che la cosiddetta *tesi di Gandy* – secondo la quale ogni procedura di computazione algoritmica eseguibile *da macchine* può essere realizzata mediante una macchina di Turing – generalizza la tesi ristretta di Church-Turing. Da un punto di vista puramente logico, è possibile adottare l'alternativa secondo cui

In secondo luogo, con l'aiuto dell'analisi della tesi di Church-Turing in termini assiomatici e delle conclusioni della discussione svolta al punto (b), vorrei difendere l'originario approccio di Turing dall'accusa di essere stato scarsamente attento alle caratteristiche *fisiche* della computazione, un'accusa che proviene in particolare da esponenti della teoria quantistica della computazione ma che appare del tutto malposta.

Infine, sulla base delle discussioni condotte, vorrei concentrare l'analisi sulla centralità che proprio uno dei padri della teoria quantistica della computazione, David Deutsch, assegna al concetto di *simulazione* per i sistemi fisici (Deutsch 1985). Questo permetterà più in generale di discutere criticamente quelle posizioni che interpretano il ruolo e la funzione delle leggi fisiche fondamentali in senso 'computazionale'.

2 SISTEMI ASSIOMATICI PER LA COMPUTAZIONE

Nel suo lavoro del 1936 Turing presenta la computabilità *dei numeri* – cioè di “quei numeri reali le cui espressioni come decimali sono calcolabili con mezzi finiti” (Turing 1936, p. 2)⁵ – come rappresentativa del concetto generale di computabilità.

Nelle sezioni 9, 10 propongo alcuni argomenti con l'intenzione di mostrare che i numeri computabili includono tutti i numeri che *potrebbero essere considerati in modo naturale* come computabili.⁶

Il concetto di computabilità viene come noto formulato da Turing mediante la definizione di un modello di calcolo da lui definito *logical computing machine* - l'attuale macchina di Turing - formulata e caratterizzata nelle sezioni 1-8 del lavoro sulla base di un'assunzione fondamentale: le condizioni più generali che è ragionevole assumere per un modello astratto di un processo di calcolo sono proprio quei vincoli ai quali deve sottostare un *generico essere*

la tesi di Church-Turing è formulata in senso generale, vale a dire senza riferimento diretto al fatto che la procedura sia eseguibile soltanto da esseri umani oppure anche da macchine. In questo caso, si potrà formulare due 'sottotesi', riferite l'una all'eseguibilità da parte di umani e l'altra all'eseguibilità da parte di macchine. In questa seconda alternativa, naturalmente, la tesi di Church-Turing implica logicamente ciascuna delle due sottotesi, mentre la discussione originaria di Turing è capace di giustificare soltanto la sottotesi relativa all'eseguibilità da parte di umani ma *non* la sottotesi relativa all'eseguibilità da parte di macchine. Per una rigorosa discussione di quest'ultima prospettiva, cfr. Tamburrini 2002, pp. 54-65.

⁵ I numeri di pagina del lavoro di Turing si riferiscono a una versione online liberamente scaricabile dal sito www.abelard.org.

⁶ Turing 1936, p. 3, corsivo aggiunto.

umano che debba eseguire quel calcolo. Significativamente, la sezione introduttiva si apre con un richiamo che si giustificherà in modo organico a partire dalla sezione 9:

Abbiamo detto che i numeri computabili sono quei numeri i cui decimali sono calcolabili con mezzi finiti. Questo richiede definizioni alquanto più esplicite. Non faremo alcun tentativo di giustificare le definizioni date fino a quando non raggiungeremo la sezione 9. *Per il momento dirò soltanto che la giustificazione consiste nel fatto che la memoria umana è necessariamente limitata.*⁷

Il vincolo più generale che guida nella formulazione del modello di *logical computing machine* è dunque un'assunzione che potremmo chiamare di *finitezza*, in base alla quale esiste un numero finito di operazioni che un generico *agente razionale* (chiamiamolo **C**) può svolgere nell'eseguire una procedura meccanica di calcolo, basata sull'elaborazione di un linguaggio simbolico discreto. La finitezza si deve insomma al fatto che chi calcola è un'entità biologica di capacità percettive limitate: nelle parole di Robin Gandy, storico allievo e amico di Turing

l'analisi di Turing non fa alcun riferimento a macchine di calcolo. Le macchine di Turing appaiono di conseguenza come una codifica della sua analisi di calcoli eseguiti da uomini.⁸

Come ha sostenuto in modo convincente Wilfried Sieg in una serie di lavori profondi e storicamente assai documentati, lo sviluppo della teoria delle macchine di Turing deve di fatto essere interpretato come una formulazione *assiomatica* di una teoria 'generale' della computabilità⁹, una formulazione che Sieg sintetizza nella codifica delle seguenti assunzioni qualitative per **C**:

1. Il comportamento di **C**, in ogni istante, è univocamente determinato dal simbolo letto e dal suo stato interno.

2. Esiste un numero finito fissato di simboli che **C** può riconoscere senza ambiguità.

⁷ Turing 1936, p. 3, corsivo aggiunto.

⁸ Gandy 1988, pp. 83-84.

⁹ Sieg 1994, 2002a, 2002b. Cfr. anche Tamburrini 2002, pp. 51-59. Quanto poi debba essere considerata davvero 'generale' la teoria della macchine di Turing è, per aspetti importanti, ancora controverso.

3. Esiste un numero finito fissato di stati interni nei quali **C** può trovarsi e che possono essere presi in considerazione.

4. Possono essere modificati soltanto simboli che siano stati precedentemente osservati.

5. La distribuzione dei simboli osservati può essere modificata, ma ciascuno dei nuovi simboli osservati deve trovarsi entro una distanza limitata da un simbolo precedentemente osservato.

La modellizzazione delle procedure eseguite da **C** si traduce nell'introduzione di una macchina *logica*¹⁰, dotata di un nastro unidimensionale potenzialmente infinito, diviso in caselle, su ciascuna delle quali può comparire al massimo un simbolo appartenente a un alfabeto finito fissato. Si assume che, in ogni istante dato, la macchina si trovi in un certo stato (che Turing chiama elusivamente 'interno') e che in quello stato possa leggere il simbolo contenuto in una casella: per quello stato interno e quel simbolo, la macchina può stampare un nuovo simbolo o lasciare invariato il simbolo letto e, successivamente, passare a leggere il simbolo nella casella successiva, via via fino al completamento della computazione (laddove sia possibile completarla). Nei termini formali della moderna teoria della computabilità¹¹, una macchina di Turing può essere definita come una 7-pla

$$\langle Q, \Sigma, \Gamma, t, q_0, q_{\text{ACCETTA}}, q_{\text{RIFIUTA}} \rangle$$

dove Q è l'insieme degli stati, Σ è l'alfabeto degli input (senza il carattere **VUOTO** \square), Γ è l'alfabeto del nastro, dove \square appartiene a Γ e $\Sigma \subseteq \Gamma$, la t rappresenta una **funzione di transizione**

$$t: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{D, S\},$$

dove la componente D o S indica se dopo la scrittura sul nastro il lettore si sposta, rispettivamente, a destra o a sinistra, $q_0 \in Q$ è lo **stato iniziale**, $q_{\text{ACCETTA}} \in Q$ è lo stato **ACCETTA**, $q_{\text{RIFIUTA}} \in Q$ è lo stato **RIFIUTA**, dove $q_{\text{ACCETTA}} \neq q_{\text{RIFIUTA}}$.

Nella usuale formulazione della teoria, si adotta la tesi (ristretta) di Church-Turing assumendo che *ogni procedura algoritmica di computazione (eseguibile da agenti razionali **C**) può essere realizzata mediante una macchina di Turing*. Ma se assumiamo di rappresentare le condizioni **1-5** come gli assiomi di un sistema computazionale 'classico',

¹⁰ La letteratura sulla teoria delle macchine di Turing è ovviamente sterminata: per un'introduzione elementare si può vedere Marconi 2001, cap. 2, e Frixione, Palladino 2004, cap. 4.

¹¹ Cfr per esempio Sipser 2005².

allora ogni modello di tali assiomi soddisferà naturalmente l'enunciato della tesi di Church-Turing, vale a dire la teoria nella sua formulazione assiomatica sarà in grado di derivare come *teorema* l'esistenza di una macchina di Turing funzionalmente equivalente ad ogni sistema computazionale che sia un modello in senso logico degli assiomi (codifica delle condizioni 1-5).¹²

Poiché nelle usuali presentazioni la tesi di Church-Turing ha un ruolo fondamentale nel giustificare l'adozione di un certo modello di calcolo, la formulazione assiomatica permette allora di fare a meno di apodittiche 'tesi', scaricando per così dire il peso di tale giustificazione sulla struttura di assiomi. In questa prospettiva, la domanda *perché adottiamo la tesi di Church-Turing ?* perde quell'alone intuitivo e semiformale che usualmente le viene associato e si trasforma in una delle fasi di quel processo che porta a costruire una teoria matematica in senso formale. Noi non 'adottiamo' la tesi, ma *ne ricaviamo* il contenuto a partire da assunzioni molto ragionevoli, codificate in un particolare sistema di assiomi.¹³ Non è forse ciò che la scienza occidentale ha fatto da Euclide in poi, in linea con una tradizione bimillenaria?

3. TURING E LA TEORIA *EUCLIDEA* DELLA COMPUTAZIONE

Il richiamo a Euclide non è soltanto retorico. Nella sistemazione assiomatica della geometria che Euclide ha formulato negli *Elementi*, e che ha rappresentato per secoli un modello formale di organizzazione di una teoria scientifica solida, la nozione di *evidenza* svolgeva un ruolo fondamentale come giustificazione delle definizioni, delle nozioni comuni e dei postulati scelti. Quando per esempio si fornisce una 'definizione' di quelli che rappresentano nella teoria gli enti primitivi, come il punto, si assume che il punto è "ciò che non ha parti": si definisce cioè la nozione di punto nei termini di una nozione – quella di *parte* – che nella teoria non riceve essa stessa una definizione esplicita. Dunque si 'definisce' la nozione di punto nel senso che si cerca di rendere *intuitivamente* comprensibile la natura di un

¹² Cfr. Sieg 1994, sez. 3.2.

¹³ Cfr. anche Sieg 2002 a, p. 390. Già nel 1934 Gödel, discutendo con Church e ritenendo non sufficientemente fondata l'identificazione sostenuta da Church tra calcolabilità effettiva e λ -definibilità, suggeriva "di formulare un insieme di assiomi che incorporassero le proprietà generalmente accettate di questa nozione [cioè la calcolabilità effettiva] e di andare avanti su quella strada." (cit. in Davis 1982, p. 9)

ente formale che, nella teoria, è in realtà (da un punto di vista moderno) un ente primitivo. Inoltre si stabilisce una connessione fondamentale tra geometria e fisica, dal momento che l'*evidenza* dei postulati, che garantisce l'applicabilità della matematica alla natura, si esprime come *costruibilità*. I postulati vengono cioè associati a determinate *procedure* di costruzione di enti geometrici, e in una concezione come quella euclidea il rigore delle dimostrazioni 'risente' del carattere intuitivo della giustificazione degli assiomi. Quando nella *Critica della ragion pura* Kant si imbarca nel tentativo di dimostrare che l'aritmetica e la geometria sono sì discipline a priori ma anche *sintetiche*, si dimostra profondamente euclideo nel senso appena visto:

La [filosofia] si limita ai concetti universali; la [matematica], invece, non può concludere nulla con il semplice concetto e si volge subito all'intuizione per considerarvi il concetto *in concreto*, non però empiricamente, ma in un'intuizione che essa rappresenta a priori, ossia che ha costruito e in cui ciò che deriva dalle condizioni universali della costruzione deve avere validità universale anche per l'oggetto del concetto costruito.

Diamo a un filosofo il concetto di un triangolo affinché scopra, in virtù del suo metodo, quale rapporto sussista tra la somma dei suoi angoli e un angolo retto. Tutto ciò di cui egli dispone è il concetto di una figura delimitata da tre linee rette e di altrettanti angoli in essa racchiusi. Per quanto egli rifletta su questo concetto, non potrà mai trarne qualcosa di nuovo. Potrà analizzare e chiarire finché vuole i concetti di linea retta o di angolo o del numero tre, ma non potrà mai giungere a qualità diverse da quelle che sono già contenute in essi. Si ponga invece la questione al geometra. *Innanzitutto egli costruirà un triangolo*. Essendo a conoscenza che due angoli retti, sommati, corrispondono alla somma di tutti gli angoli costruibili a partire da un punto su una linea, prolungherà un lato del suo triangolo, ottenendo due angoli contigui, la cui somma è uguale a due retti. Procederà poi alla divisione di quello esterno, tracciando una linea parallela al lato opposto del triangolo, e vedrà seguirne un angolo contiguo esterno, che è uguale all'interno, e così via. Così, per mezzo di una catena di inferenze, egli arriverà, *sempre sulla scorta dell'intuizione*, a una soluzione del problema *insieme evidente e universale*. (B744, in Kant 1996, pp. 518-519, corsivo aggiunto)

Anche se di fatto la riflessione che viene condotta nel campo della logica formale e dei fondamenti della matematica tra la fine del diciannovesimo secolo e l'inizio del ventesimo porta sostanzialmente allo svuotamento di questa prospettiva e alla sostituzione ad essa di una mentalità assiomatica *formale*, nella quale la giustificazione intuitiva ed empirica nella scelta

degli assiomi di una teoria matematica – per quanto non scompaia – retrocede in linea di principio verso una condizione del tutto contingente di semplice strumento per la comprensione¹⁴, la teoria delle macchine logiche di calcolo di Turing nasce per così dire sotto il segno di Euclide. Quelle condizioni di *finitezza* che costituiscono il fondamento stesso di tale teoria, e che incorporano la potenza e la generalità del modello di Turing, ricevono infatti una sorta di giustificazione sulla base della loro ‘evidenza’, a partire cioè dal riconoscimento che un procedimento che non le soddisfacesse difficilmente meriterebbe di essere ragionevolmente considerato meccanico. Nella celebre ed efficace espressione di Wittgenstein “«Macchine» di Turing. Queste macchine sono uomini che calcolano.”

Nel suo fortunato libro *La trama della realtà* David Deutsch, fisico teorico tra i fondatori della teoria quantistica della computazione, delinea tuttavia un quadro del tutto diverso che vale la pena di discutere. Nel capitolo intitolato *L’universalità e i limiti della computazione*, Deutsch si sofferma sulla nota proprietà di *universalità* delle macchine di Turing per caratterizzare l’approccio dei matematici degli anni ’30 del XX secolo nei confronti della nozione di calcolo:

Non furono i fisici a studiare per la prima volta questo genere di universalità bensì i matematici, che agli inizi del secolo erano intenti a precisare le nozioni intuitive di «calcolo», «computazione» e «dimostrazione», [...] non tennero conto, però, del fatto che il calcolo è un processo *fisico*: pertanto il ragionamento matematico da solo non è in grado di determinare cosa possa essere calcolato. Caduti in questo errore, ipotizzarono alcuni modelli astratti di «computazione» e definirono il «calcolo» e la «dimostrazione» in funzione di tali modelli. (Deutsch 1997, p. 119)

Questo presunto ‘errore’ manifesta, secondo quanto sostenuto da Deutsch in un capitolo successivo,

¹⁴ Come scrive Russell ne *I principi della matematica* (1903) “Le effettive proposizioni di Euclide, per esempio, non procedono soltanto da principi di logica pura; e la percezione di questo fatto portò Kant alle sue innovazioni nella teoria della conoscenza. Fin dallo sviluppo della geometria non euclidea, si vide tuttavia che la matematica pura non ha nulla a che fare col problema se gli assiomi e le proposizioni di Euclide valgano o non per lo spazio effettivo: questo problema va risolto dalla matematica applicata fino al punto in cui sono possibili l’esperimento e l’osservazione. Ciò che la matematica pura asserisce è semplicemente che le proposizioni euclidee seguono da assiomi euclidei (*essa afferma cioè un’implicazione: qualunque spazio che abbia queste e queste altre proprietà ha pure quelle e quelle altre proprietà*).” (Russell 1971, pp. 29-30, corsivo aggiunto)

l'inadeguatezza del metodo matematico tradizionale, in cui si punta alla certezza cercando di eliminare dalle intuizioni ogni possibile fonte di ambiguità o di errore fino a quando rimane soltanto la verità evidente. È quanto fece Gödel. È quanto fecero Church, Post e in particolare Turing quando cercarono di intuire i loro modelli universali di computazione. Turing sperava che il suo modello astratto con il nastro di carta fosse così semplice, così trasparente e ben definito da non dipendere da alcun assunto fisico che si potesse ragionevolmente invalidare e, quindi, da diventare il fondamento di una teoria astratta della computazione indipendente dalla fisica. (Deutsch 1997, p. 226)

In base agli elementi concettuali e testuali portati nelle pagine precedenti, questa accusa è profondamente malposta. L'analogia discussa sopra con Turing è invece semplice e profonda: le caratteristiche che per Turing è ragionevole assumere per qualsiasi processo 'naturale' di computazione sono 'ragionevoli' nello stesso senso in cui evidenza e costruibilità sono necessarie per Euclide e Kant. Questo implica almeno due cose. In primo luogo, per Turing la giustificazione ultima che presiede allo sviluppo della teoria delle sue 'macchine logiche di calcolo' è formulata *anche* in termini di *precisi vincoli empirici* e non *soltanto* nei termini di 'astratti modelli di computazione'. In secondo luogo, proprio l'approccio assiomatico permette di rendere questa circostanza del tutto innocua: anche se quei vincoli ci appaiono completamente ragionevoli e generali per una larga classe di compiti computazionali, non possiamo ovviamente escludere la possibilità di doverci confrontare con processi naturali che richiedano – per la loro trattabilità computazionale – modelli ancora più generali. Se avremo cioè fondati motivi empirici per andare oltre il modello di Turing, avremo naturalmente bisogno di un sistema assiomatico per la computazione che sia più generale. Se accettiamo di considerare la prospettiva dalla quale guardare al lavoro fondamentale di Turing come in realtà non lontana da quella della giustificazione intuitiva e costruttiva della geometria di Euclide, allora accusare Turing di essere stato disattento alla componente empirica della computazione è tanto assurdo quanto lo sarebbe – per ipotesi fantascientifica – fingere che Euclide, in omaggio ai dettami della mentalità assiomatica *contemporanea*, abbia ipotizzato alcuni modelli astratti di «punto», «retta», definendo la «geometria piana» e la «geometria solida» in funzione di tali modelli, per poi accusarlo di non aver notato l'analogia tra la sua geometria e i movimenti dei corpi quasi rigidi nel concreto spazio fisico della nostra esperienza!

Il carattere ‘sempiempirico’ dell’impostazione di Turing trova una significativa corrispondenza – tanto per fare un utile esempio – in un celebre lavoro di Emil Post, un altro dei matematici che alla metà degli anni ’30 proponevano modelli teorici della nozione di procedura meccanica. Nel lavoro *Finite Combinatory Processes - Formulation 1*, pubblicato nel 1936, si legge infatti:

L’autore si aspetta che la presente formulazione risulti logicamente equivalente alla ricorsività nel senso degli sviluppi di Gödel-Church. Il suo scopo, tuttavia è quello di presentare un sistema non soltanto di una certa potenza logica ma anche, nel suo ambito ristretto, di una certa accuratezza *psicologica*. In questo senso sono contemplate formulazioni sempre più ampie. D’altra parte, il nostro obiettivo sarà mostrare che esse sono tutte logicamente riducibili alla formulazione 1. Proponiamo per il momento questa conclusione come una *ipotesi di lavoro*, e a nostro avviso tale è l’identificazione tra calcolabilità effettiva e ricorsività operata da Church.¹⁵

In primo luogo, è indicativo (nonché perfettamente coerente con l’impostazione di Turing) che Post parli di ‘accuratezza psicologica’, presupponendo implicitamente che il suo modello debba rendere conto di procedure meccaniche eseguite da *esseri dotati di una qualche struttura psicologica*. In secondo luogo, in una nota apposta all’ultima proposizione del passo appena citato e relativa all’identificazione proposta da Church tra calcolabilità effettiva e ricorsività, Post scrive che “in realtà il lavoro già svolto da Church e altri porta questa identificazione notevolmente oltre lo stadio di ipotesi di lavoro. Tuttavia mascherare questa identificazione sotto una definizione nasconde il fatto che è stata compiuta una *fondamentale scoperta sui limiti delle capacità matematiche di Homo Sapiens* e ci rende ciechi sulla necessità della sua continua verifica”¹⁶ e continua poi – concludendo l’intero lavoro – nei termini seguenti:

Il successo del programma indicato trasformerebbe, a nostro avviso, questa ipotesi non tanto in una definizione o in un assioma quanto in una *legge naturale*. Soltanto in questo modo, a nostro avviso, il teorema di Gödel sull’incompletezza della logica simbolica di un certo tipo generale e

¹⁵ Post 1936, p. 105.

¹⁶ Post 1936, p. 105, corsivo aggiunto.

i risultati di Church sull'irrisolvibilità ricorsiva di certi problemi possono trasformarsi in conclusioni relative alla totalità della logica simbolica e dei metodi di risolvibilità.¹⁷

Come emerge da passi come questi – che testimoniano di quella ‘confluenza di idee’ di cui parla ancora Robin Gandy¹⁸ – la definizione dei vincoli dell'astratto essere calcolante di Turing appare dunque in realtà sufficientemente ‘empirica’ da prefigurare generalizzazioni nelle quali si specificano le leggi fisiche cruciali per fissare tali vincoli.

Di fatto, l'essere umano astratto di Turing 1936 è in effetti un sistema fisico ‘classico’ ma questo è del tutto contingente: il carattere ‘sempiempirico’ delle motivazioni che Turing fornisce per definire il suo modello di calcolo rende in realtà estremamente naturale lo sviluppo contenuto nel lavoro di Gandy del 1980, *Church's Thesis and Principles for Mechanisms*, il cui obiettivo è la giustificazione del passaggio dalla tesi (ristretta) di Church-Turing alla tesi (che Gandy definisce *tesi M* e che è successivamente divenuta nota come *tesi di Gandy*) secondo cui tutto ciò che può essere calcolato da una **macchina** è Turing-computabile: “Anche se alcuni argomenti di Turing possono essere applicati indifferentemente a uomini e macchine, ci sono passaggi cruciali dell'analisi di Turing nei quali egli si basa sul fatto che il calcolo viene eseguito da un essere umano.”¹⁹ In questo lavoro Gandy si propone di svolgere un'analisi della nozione di eseguibilità di algoritmi da parte di macchine che generalizza gli argomenti di Turing sull'eseguibilità da parte di agenti razionali; in analogia con l'approccio originario di Turing, Gandy propone di individuare in primo luogo un certo numero di vincoli relativi alla struttura fisica e informazionale di qualsiasi macchina calcolatrice, con l'obiettivo di dimostrare successivamente che per ogni funzione calcolabile da un sistema che soddisfa tali vincoli esiste una macchina di Turing che la calcola.²⁰

Sulla base della prospettiva sviluppata nel lavoro di Gandy del 1980 e con particolare riferimento alla questione delle leggi fisiche eventualmente coinvolte in modo essenziale nei

¹⁷ Post 1936, p. 105, corsivo nell'originale. Per un attento confronto tra il lavoro di Post e quello di Turing si veda ancora Sieg 1994.

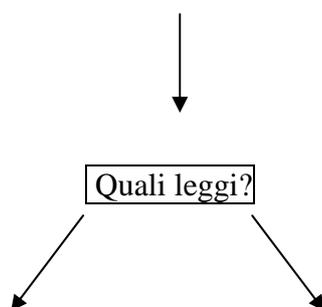
¹⁸ Gandy 1988.

¹⁹ Gandy 1980, p. 124. Sulle confusioni tra la tesi di Church-Turing e la tesi M si veda Copeland 2002.

²⁰ Per dettagliate presentazioni e discussioni dell'approccio di Gandy dal punto di vista sia matematico sia concettuale si vedano Sieg, Byrnes 1999, Sieg 2002b, Tamburrini 2002, cap. 2.3. Nel loro complesso questi lavori considerano riuscita la caratterizzazione di Gandy. Per una posizione che mette in dubbio l'effettiva generalità e il successo dell'approccio di Gandy nel caratterizzare in modo completamente generale la classe delle computazioni eseguibili da macchine, si veda Shagrir 2002.

procedimenti effettivi di computazione, possiamo sostenere l'idea che la nozione di *ciò che può essere calcolato* sia in effetti uno **schema**: un'espressione in sé vuota che riceve di volta in volta un significato determinato in funzione delle diverse leggi fisiche che vengono coinvolte, analogamente a quanto non di rado si verifica in fisica dove – tanto per richiamare un esempio notissimo – la seconda legge della dinamica newtoniana assume un effettivo significato fisico in funzione della specificazione della particolare forza considerata. In altri termini, la situazione potrebbe essere rappresentata sinteticamente nel modo seguente:

Tutto ciò che può essere calcolato da una **sistema fisico informazionale**
 è Turing-computabile



“agente computazionale umano”
 (leggi fisiche classiche:
 un essere umano è un
 sistema fisico classico)

“macchina”: calcolatore
 (leggi fisiche *X*, eventualmente più
 generali di quelle classiche)

Da un punto di vista concettuale, l'uso del termine *macchina* nella generalizzazione della tesi di Church-Turing da parte di Gandy non deve essere dunque radicalmente contrapposto a *essere umano*: ciò che conta sono le leggi fisiche alle quali si ricorre – anche un essere umano è una ‘macchina’! Nell'uso del termine *legge di natura*, così come ricorre nel passo citato, nemmeno le considerazioni di Post devono dunque essere considerate come radicalmente contrapposte a Turing, il cui approccio lascia perfettamente aperta una possibilità del genere.

4 COMPUTAZIONE, SIMULAZIONE, LEGGI FISICHE

Nel suo celebre lavoro del 1985 *Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer*, nel quale è introdotta formalmente la nozione di macchina di Turing quantistica, Deutsch si propone tra l'altro di 'naturalizzare' l'ipotesi di Church-Turing, riformulandola in una versione adatta allo sviluppo di una teoria quantistica della computazione.

Propongo di reinterpretare le funzioni [che secondo l'espressione di Turing] 'potrebbero essere considerate in modo naturale come computabili' come le funzioni che possono in linea di principio essere computate da un sistema fisico reale. Sarebbe infatti difficile considerare una funzione come 'naturalmente' computabile se non potesse essere computata in Natura, e viceversa. A questo scopo, definirò la nozione di *simulazione perfetta*. Un macchina di calcolo M è capace di simulare perfettamente un sistema fisico S , data un'indicizzazione fissata dei loro input e output, se esiste un programma $\pi(S)$ per M che rende M computazionalmente equivalente a S rispetto all'indicizzazione fissata. In altre parole $\pi(S)$ converte M in una 'scatola nera' funzionalmente indistinguibile da S . (Deutsch 1985, p. 98)

Mediante questa nozione di simulazione perfetta, Deutsch formula quella che egli chiama una 'versione fisica' della tesi di Church-Turing: "*Ogni sistema fisico finitamente realizzabile può essere perfettamente simulato da un modello di calcolo universale che opera con mezzi finiti.*" (Deutsch 1985, p. 98)²¹ L'utilizzo di questa nozione di simulazione presuppone in qualche misura che sia adeguato considerare certi sistemi fisici selezionati come sistemi di calcolo *essi stessi* e che dunque, sotto determinate circostanze, siano le loro stesse proprietà fondamentali a manifestarsi in senso essenzialmente *computazionale*: se – sotto il programma π – M è formalmente indistinguibile da S , e M è un modello di calcolo, questo implica che l'attenzione si sofferma su quella parte di comportamento fisico di S che può assumere carattere computazionale.

²¹ Deutsch sostiene tra l'altro che "questa formulazione è sia meglio definita sia più fisica di quella di Turing perché si riferisce esclusivamente a concetti oggettivi [sic] come 'misura', 'preparazione' e 'sistema fisico', che sono già presenti nella teoria della misura" L'osservazione sembrerebbe quasi ironica (ma non lo è), dal momento che proprio nel campo dei fondamenti della meccanica quantistica, che è poi lo sfondo presupposto da Deutsch nel lavoro, non esistono nozioni più controverse e ambigue di quelle di misura e sistema fisico dal punto di vista della loro presunta 'oggettività'.

Entro quali limiti, tuttavia, è legittimo proiettare totalmente i sistemi fisici su una loro eventuale componente computazionale, dal momento che la computazione è un processo per sua costituzione ‘orientato’? Un modello di calcolo è in altre parole uno strumento *epistemico*, la cui origine stessa si deve all’obiettivo di attribuire una formulazione matematica rigorosa a quell’insieme informale di ricette e sottoricette incluso nell’idea vaga di algoritmo: la teoria formale degli algoritmi nasce cioè come la matematica di procedure che presuppongono determinati ‘ingressi’ convenzionalmente fissati come iniziali e che attraverso regole in qualche misura dominabili producono ‘uscite’. Non soltanto esiste una forte dose di convenzionalità nel fissare stati iniziali e stati finali della procedura, ma è la procedura stessa che viene per così dire asservita all’esecuzione di un qualche compito conoscitivo, fissato da soggetti dotati a loro volta di obiettivi epistemici. Per sua stessa origine, insomma, il concetto di calcolo presuppone e richiede quello di un agente coinvolto in un processo conoscitivo orientato a fini individuati dall’agente stesso: per usare termini antichi, il calcolo è una sorta di *qualità secondaria*, vale a dire qualcosa la cui natura si caratterizza in modo intrinsecamente relazionale e che presuppone cioè implicitamente il rapporto tra un agente e un obiettivo epistemico.

Appare dunque come una sorta di errore categoriale il tentativo di interpretare in senso strutturalmente computazionale il comportamento di certe classi di sistemi fisici, il cui semplice conformarsi a leggi si manifesterebbe *di per sé* come l’esecuzione di calcoli, quei calcoli che un modello realmente universale (cioè quantistico nella prospettiva di Deutsch) permetterebbe di simulare in modo perfetto. Questo errore categoriale consiste cioè nel proiettare sulla realtà fisica tutte quelle proprietà che dipendono dalle nostre interazioni di soggetti con la realtà fisica stessa al fine di estrarne informazione e che, proprio per la loro natura epistemica, presuppongono la relazione tra soggetti conoscenti (e agenti) e realtà conosciuta (o che si pretende di conoscere). Non è casuale, naturalmente, che questo tipo di interpretazioni ‘computazionali’ delle leggi fisiche si inscrivano in una concezione degli obiettivi delle teorie fisiche fondamentali nella quale l’informazione non è più un veicolo *verso* una realtà mai esaurita dalle teorie, ma pur sempre dotata di una qualche propria indipendenza e oggettività, ma è *essa stessa* la realtà:

Qual’è dunque il messaggio che ci proviene dalla fisica quantistica? Suggesto di guardare alla situazione da una nuova visuale. Abbiamo imparato nella storia della fisica che è importante non fare distinzioni che non hanno alcuna base – come quella newtoniana tra le leggi terrestri

e quelle che governano il moto dei corpi celesti. Suggesto che, in modo analogo, non sia possibile tracciare una distinzione tra la realtà e la nostra conoscenza della realtà, tra la realtà e l'informazione. Non c'è modo di riferirsi alla realtà senza usare l'informazione che abbiamo su di essa. Forse questo suggerisce che la realtà e l'informazione sono due facce della stessa medaglia, che sono in un senso profondo indistinguibili. Se questo è vero, allora ciò che si può dire in una data situazione deve in qualche modo definire o almeno porre seri limiti su ciò che può esistere. (Zeilinger 2005)

Senza affrontare il problema del recente abuso del termine *informazione* nel campo dei fondamenti della fisica²², vorrei suggerire almeno tre osservazioni. In primo luogo, è difficilmente difendibile la tesi secondo cui la distinzione tra realtà e conoscenza della realtà appartenga alla stessa classe di quelle distinzioni 'senza alcuna base' che lo sviluppo moderno della scienza si è incaricato di dissolvere. Lo schiacciamento della realtà sulla conoscenza della realtà è comunque di per sé una tesi filosofica che, come tutti le tesi, ha bisogno di essere sostenuta da argomenti di qualche peso e non da affermazioni oracolari. In secondo luogo, dalla tesi secondo cui "non c'è modo di riferirsi alla realtà senza usare l'informazione che abbiamo su di essa" *non segue in alcun modo* che "ciò che si può dire in una data situazione deve in qualche modo definire o almeno porre seri limiti su ciò che può esistere". L'ovvia esigenza che abbiamo di utilizzare informazione per riferirci a porzioni di realtà non implica affatto con necessità che porzioni di realtà non esistano solo perché noi non riusciamo per motivi contingenti e a posteriori a ottenere informazione fisicamente significativa su di esse. Perché mai eventuali vincoli propri della teoria che utilizziamo per descrivere una certa realtà naturale dovrebbero dettare alla realtà stessa le condizioni di esistenza? Infine, un'interpretazione informazionale delle leggi fisiche (e quantistiche in particolare) appare altamente controversa qualora si ritenga – come sembra estremamente ragionevole – che queste stesse leggi dovrebbero rappresentare una componente essenziale di una descrizione globale e coerente di un universo fisico che non abbia bisogno di *osservatori* per la propria consistenza. Che dire – tanto per fare un esempio – di una cosmologia quantistica bisognosa di osservatori che si scambiano informazione sulle origini dell'universo? Non è molto più ragionevole e in linea con gli obiettivi e la tradizione stessa della migliore fisica il tentativo

²² Si veda in proposito il contributo di Allori e Zanghì *Un viaggio nel mondo quantistico*, compreso in Allori, Dorato, Laudisa, Zanghì 2005.

costruire un quadro *indipendente da osservatori* nel quale la nozione di osservazione emerga successivamente come una nozione perfettamente definita e compresa?

5 CONCLUSIONI

Nelle pagine precedenti ho cercato di evidenziare il carattere ‘euclideo’ proprio dell’originaria teoria degli algoritmi sviluppata da Turing, vale a dire la centralità di quelle condizioni empiriche e ‘autoevidenti’ di finitezza e determinatezza che rappresentano la semplicità e insieme la generalità del modello di calcolo di Turing. La teoria delle macchine di Turing è poi interpretabile nel modo migliore come la sistemazione formale in senso assiomatico di quelle condizioni, una sistemazione che include come sua *conseguenza* naturale quell’enunciato che viene più spesso presentato come la ‘tesi’ di Church-Turing. La prospettiva assiomatica permette inoltre di impostare in modo più chiaro il problema del rapporto tra modelli di calcolo e leggi fisiche, nel senso che a sistemi assiomatici di computazione più generali corrisponderanno classi di processi fisici coinvolti nel calcolo e governati da leggi fisiche più generali.²³ Il coinvolgimento di leggi fisiche nel calcolo pone tuttavia il problema della natura computazionale delle leggi fisiche stesse e ha indotto alcuni studiosi, provenienti in particolare dall’area della computazione quantistica, a sviluppare un’interpretazione generale nella quale, per così dire, *sono i sistemi fisici stessi che calcolano* e nella quale la nozione di informazione acquista un valore *assoluto* e non più solo relativo: in questa prospettiva, una lezione fondamentale della fisica quantistica consisterebbe nella scoperta che in un certo senso non è l’informazione a parlarci della realtà fisica ma che viceversa la realtà fisica è essa stessa in primo luogo informazione.

Nella posizione che ho sostenuto, queste argomentazioni rappresentano un vero e proprio errore categoriale, che ha l’effetto di trasformare in assolute delle nozioni che sono costitutivamente relazionali e *observer-dependent*. Le categorie computazionali e informazionali possiedono infatti una connotazione in qualche modo ‘intenzionale’, nel senso che sono direzionali e funzionali a un processo epistemico che ha *obiettivi*. Tanto la nozione di computazione quanto quella di informazione possono essere infatti interpretate come nozioni *prospettiche*, nozioni che assumono cioè un significato non oggettivo ma relativo a certe classi di interazioni fisiche *selezionate* e *governate* da *determinati soggetti conoscenti* in

²³ Alcune implicazioni fisiche e fondazionali di un punto di vista analogo sono discusse in Hogarth 1994.

vista di *determinati scopi conoscitivi*. Il significato e l'utilizzo di queste nozioni dipendono ovviamente da un certo numero di leggi fisiche, ma queste ultime possono essere considerate come indipendenti dall'uso 'direzionale' che di esse si fa quando siamo impegnati in situazioni che categorizziamo come 'computazionali'.

Ringraziamenti. Vorrei ringraziare il Prof. Wilfried Sieg (Carnegie Mellon University, Pittsburgh) per avermi reso disponibili alcuni suoi articoli e il Prof. Mauro D'Ariano (Università di Pavia) e il suo gruppo di ricerca per le osservazioni e i commenti fatti in occasione della presentazione di parte di questo lavoro in una conferenza tenuta presso il Dipartimento di Fisica "A. Volta" dell'Università di Pavia.

BIBLIOGRAFIA

Allori V., Dorato M., Laudisa F., Zanghì N. 2005, *La natura delle cose. Introduzione ai fondamenti e alla filosofia della fisica*, Carocci, Roma.

Copeland J. 2002, "The Church-Turing Thesis", in *Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2002)*, E. N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/archives/fall2002/entries/church-turing>

Davis M. 1982, 'Why Gödel didn't have Church's Thesis', *Information and Control* **54**, pp. 3-24.

Deutsch D. 1985, "Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer", *Proceedings of the Royal Society of London A* **400**, pp. 97-117.

Deutsch D. 1997, *La trama della realtà*, Einaudi, Torino (ed. orig. *The Fabric of Reality*, Penguin 1997).

Frixione M., Palladino D. 2004, *Funzioni Macchine Algoritmi*, Carocci, Roma.

Gandy R. 1980, "Church's Thesis and Principles for Mechanisms", in J. Barwise, H.J. Keisler, K. Kunen (eds.), *The Kleene Symposium*, North-Holland, Amsterdam, pp. 123-148.

Gandy R. 1988, “The Confluence of Ideas in 1936”, in R. Herken (ed.), *The Universal Turing Machine – A Half Century Survey*, Oxford University Press, Oxford, pp. 55-111.

Hogarth M. 1994, “Non-Turing Computers and Non-Turing Computability”, *Proceedings of the Philosophy of Science Association (PSA)* 1, pp. 126-138.

Hume D. 1997, *Dialoghi sulla religione naturale*, Einaudi, Torino.

Kant I. 1996, *Critica della ragion pura*, TEA, Milano.

Marconi D. 2001, *Filosofia e scienza cognitiva*, Laterza, Roma.

Post E. 1936, “Finite combinatory processes – Formulation I”, *Journal of Symbolic Logic* 1, pp. 103-105 (ristampato in E. Post, *Solvability, Provability, Definability. The Collected Works of Emil L. Post* (ed. by M. Davis), Birkäuser, Boston-Basel-Berlin 1994, pp. 289-291).

Russell B. 1971, *I principi della matematica*, Newton Compton, Roma.

Shagrir O. 2002, “Effective computation by humans and machines”, *Minds and Machines* 12, pp. 221-240.

Sieg W. 1994, “Mechanical procedures and mathematical experience”, in A. George (ed.), *Mathematics and Mind*, Oxford University Press, pp. 71-117.

Sieg W. 2002a, “Calculation by man and machine: conceptual analysis”, in W. Sieg, R. Sommer, C. Talcott (eds.), *Reflections on the Foundations of Mathematics. Essays in honor of Solomon Feferman*, Association for Symbolic Logic, pp. 390-409.

Sieg W. 2002b, “Calculation by man and machine: mathematical presentation”, in P. Gärdenfors, J. Woleński, K. Kijania-Placek (eds.), *In the Scope of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Vol. I*, Kluwer Academic Publishers, pp. 247-262.

Sieg W., Byrnes J. 1999, “An abstract model for parallel computation: Gandy’s thesis”, *The Monist* **82**, pp. 150-164.

Sipser M. 2005², *Introduction to the Theory of Computation*, Course Technology, Boston.

Tamburrini 2002, *I matematici e le macchine intelligenti*, Bruno Mondadori, Milano.

Turing A.M. 1936, “On computable numbers, with an application to the *Entscheidungsproblem*”, *Proceedings of the London Mathematical Society*, ser.2, **42**, pp. 230-265

Zeilinger A. 2005, “The message of the quantum”, *Nature* **438**, p. 743.