

LA MATEMATICA NELLA DIVINA COMMEDIA

BRUNO D'AMORE

Sebbene moltissimi siano oramai gli studi di vari Autori dedicati all'analisi della presenza della matematica nell'opera di Dante e nella "Divina Commedia" in particolare, con grande stupore ci si accorge che esiste sempre qualche angolo inesplorato o qualche verso che può ancora fornire argomento di riflessione e di studio; lo stupore cessa ogni volta, quando si riflette sulla grandezza dell'Opera ...

A costo di ripetere cose già dette, nella speranza di cogliere sfumature diverse o angolazioni sfuggite, dividerò questo breve saggio (ché ben altro si potrebbe aggiungere) in tre paragrafi, specializzando i riferimenti in base ad un criterio matematico: aritmetica e probabilità nel primo, logica formale nel secondo, geometria nel terzo. Porrò le note ed i riferimenti bibliografici al termine di ciascun paragrafo, proprio per specializzare ancor più la trattazione.

1. Aritmetica e Probabilità.

Dopo il 1290 (dunque all'età di 25 anni) e per circa 30 mesi, Dante studia filosofia ed in particolare Boezio (come apprendiamo dal "Convivio"). Ma Anicio Manlio Torquato Severino Boezio (480-524) (l'autore del "De consolatione philosophiae") non è solo il traduttore delle opere di Nicomaco e di Euclide, bensì egli stesso valente matematico, autore di pregevoli trattati di Geometria e di Aritmetica; scrive, per esempio, un "De Institutione Aritmetica" (Dante lo incontra in Par. X 125-129).

Quale e quanta aritmetica conosceva Dante? È ben noto che la "Divina Commedia" è ricchissima di riferimenti numerologici; ora, però, di fatto, per i calcoli necessari alla numerologia non occorre poi una grande competenza aritmetica. Non è quindi al Dante numerologo che occorre guardare per avere la risposta alla nostra domanda, ma puntare di più l'attenzione sulla presenza di una vera e propria conoscenza aritmetica. A questo proposito, molti Autori si sono già posti autorevolmente il problema come, per esempio Beniamino Andriani in [A]. [1] Aggiungerò dunque considerazioni con poca speranza di novità.

Sappiamo che Dante fu scolaro al convento francescano di Santa Croce a Firenze e poi, pare, al convento domenicano di Santa Maria Novella, dapprima Studium Solenne, poi, dal 1295, Studium Generale. Essere scolari a Firenze non è come esserlo in altre città: a Firenze, ed in tutta la Toscana, era possibile avere Maestri d'Abaco di alto prestigio.

Sappiamo, per esempio, che Jacopo, figlio di Dante, è addirittura allievo di Paolo dell'Abaco (morto tra il 1364 ed il 1372) che insegna in una delle poche scuole d'abaco fisse (di fronte alla chiesa di Santa Trinità). Forse Dante viene a contatto con il Libro d'Abaco cui Paolo deve il suo nome? Secondo la testimonianza di G. Arrighi, pare che tale trattato di Paolo risalga agli anni intorno al 1339, ma non è escluso che ne esistessero versioni preliminari, per esempio sotto forma di appunti di scolari. Forse Dante, nella sua sete di sapere, viene a contatto con il "Liber Abaci" di Leonardo figlio di Bonaccio, il Pisano? [2]

Certo, Dante sembra essere molto attento alla cultura, anche scientifica, del suo tempo: ancora bambino; frequenta a Siena alcune lezioni di Pietro Hispano (1220-1277) e qui certo apprende l'efficacia del metodo euristico nelle scienze (ancora piuttosto ingenuo). [3]

Anche in alcuni suoi passi tuttora di interpretazione dibattuta, sarebbe molto interessante avere le risposte alle precedenti domande; infatti, non ostante un articolo dello Statuto dell'Arte del Cambio di Firenze che nel 1299 vietava l'uso dei numeri Arabi ([A], pago 118), piuttosto diffuso nei Trattati d'Abaco è l'uso del sistema arabo-indiano (le "figure delli Indi") nella scrittura aritmetica e di conseguenza la manipolazione di sempre più rapidi algoritmi di calcolo. Ciò significa, per esteso:

- uso di un sistema posizionale
- a base dieci
- uso dello zero

Tutte queste sono assolute novità, rispetto alla numerazione latina nella quale non c'è sistema posizionale, non c'è zero (non ce n'è bisogno), mentre in effetti in essa il numero dieci gioca un ruolo dominante anche se non come "base" così come si diffonderà poi grazie all'opera di Leonardo Fibonacci ed altri. [4]

Un celebre ed apparentemente banale passo con riferimento all'aritmetica si trova in Par. XV 55-57:

... ..
*Tu credi che a me tuo pensier mei
da quel ch'è primo, così come raia
da l'un, se si conosce, il cinque e'l sei;*
... ..

Sono le celebri frasi che Cacciaguida rivolge a Dante: "*Tu hai ferma convinzione che il tuo pensiero discenda, si riveli direttamente a me da Dio, primo Ente e principio di ogni cosa, così come dalla conoscenza dell'unità deriva quella di tutti gli altri numeri*" [S]. In tempi moderni si direbbe che, ammessa l'unità, si possono costruire i numeri naturali n , $n + 1$, intendendo con ciò tutti i numeri [Cim]. In effetti, la notazione " n ", tipica oggi del matematico, intesa ad indicare un numero qualsiasi, è assai più recente; quel "il cinque e'l sei", come nota Sapegno, sta ad indicare numeri generici successivi. D'altra parte anche Euclide, quando vuol considerare un numero generico di numeri primi, ne prende tre (mi riferisco al celebre teorema: Dato un numero primo qualsiasi, se ne può sempre trovare un altro maggiore, che si trova negli "Elementi").

Detto ciò, mi pare che l'affermazione di Dante non sia di grande rilevanza aritmetica; credo che qualsiasi persona anche di modesta cultura possa ben comprendere che, avendo a disposizione l'unità, sia ragionevolmente facile costruire o raggiungere qualsiasi altro numero per addizione ripetuta di essa. Dico ciò espressamente perché si è voluto invece vedere in questa frase addirittura qualche anticipazione dell'intuizione di Giuseppe Peano (1858-1932) che, com'è ben noto, ideò un sistema assiomatico dei numeri naturali; pur con tutto l'amore che possiamo nutrire per Dante, questa interpretazione (si veda, per es., [Cim]), mi sembra eccessiva.

Molto più interessante trovo un altro riferimento aritmetico, quello che si trova in Par. XXVIII 91-93:

... ..
*L'incendio suo seguiva ogni scintilla;
ed eran tante, che 'l numero loro
più che 'l doppiar delli scacchi s'immilla.*
... ..

Il grande numero cui si fa riferimento può essere inteso come quello degli angeli che nascono; questi non si contano a uno a uno, ma (forzando un po' la mano, si potrebbe dire, interpretando quasi oltre il lecito) a mille a mille. Quanto è grande il numero di questi angeli? Ebbene, Dante afferma che il loro immillarsi supera "il doppiar delli scacchi". È un evidente riferimento (attraverso la mediazione di una linea topica) alla famosa leggenda di Sissa Nassir, l'inventore degli scacchi; egli chiese come ricompensa al suo entusiasta sovrano qualche cosa di apparentemente assai modesto: presa la scacchiera 8 per 8, egli chiese un chicco di riso (altre volte si trova di grano) sulla prima casella; il doppio, cioè 2, sulla seconda; il doppio ancora, cioè 4, sulla terza; il doppio ancora, cioè 8, sulla

quarta; e così via, fino all'ultima casella, la sessantaquattresima, appunto. Con calcoli abbastanza agevoli, oggi, specie con l'uso di un calcolatore, ma che risultano essere ardui assai con il sistema romano, si trova che il numero di chicchi dovuti a Sissa Nassir è il seguente: 18 446 744 073 709 551 615, addirittura illeggibile! Con una scrittura più compatta, oggi si preferisce la notazione cosiddetta scientifica: $1,8447 \cdot 10^{39}$.

Per rendersi conto della enormità di questo numero, si può ricorrere al seguente espediente: immaginare di distribuire i chicchi di Sissa Nassir su tutta la superficie terrestre, la cui misura, espressa in base ai dati attuali (e non quelli dei tempi di Dante), compresi mari, oceani, deserti, ghiacciai, montagne, ecc., è di circa $5,0995 \cdot 10^{18} \text{ cm}^2$. Se distribuiamo i chicchi, troviamo 3,62 chicchi (diciamo pure, per arrotondare, 3 chicchi e mezzo) per ogni cm^2 di superficie terrestre! (Il che spiega perché il sovrano si sentì preso in giro e, anziché premiare Sissa Nassir, gli fece mozzare la testa, ottenendo, tra l'altro, un immenso risparmio). Ma il numero degli angeli "più che" raddoppiare, come i chicchi sulla scacchiera, "s'immilla"; se si rifà lo stesso calcolo immillando (nella nostra interpretazione) invece che raddoppiando, si trova un numero immenso, ma pur sempre finito: 10^{189} (tanto per avere un'idea, $2 \cdot 10^{170}$ angeli per cm^2 di terra ... E c'è da rallegrarsi del fatto che gli angeli siano immateriali!).

Dante sapeva fare questi calcoli? Se sì, con quali strumenti? Non certo con il metodo dei latini! Anche se non sapeva farli, conosceva qualcuno che li aveva fatti? Era tra le nozioni diffuse dell'epoca? Quel che è certo, è che ai suoi tempi circolavano vari giochi matematici soprattutto sui Libri d'Abaco. La tradizione dei giochi matematici è illustre; basti pensare all'"Ad acuendos juvenes" di Alcuino (735-804), "ministro" di Carlo Magno, che certo traeva ispirazione da testi di Beda il Venerabile (674-735) (che Dante pone in Par. X 131 accanto ad un altro grande enciclopedista, Isidoro di Siviglia (560-636)). Per fare un esempio, il celeberrimo indovinello della capra, del lupo e del cavolo che devono superare un fiume su una barca, appare sia su questo libro di Alcuino sia in opere di Beda [5]. Mi parrebbe plausibile che tali indovinelli circolassero tra le persone colte a Firenze; e che uno spirito arguto e profondo come Dante non potesse non apprezzarli.

Sebbene io abbia deciso di evitare nelle mie ricerche sulla presenza della matematica in Dante tutto quanto riguarda la numerologia, non posso non ricordare Purg. XXXIII 37-45, ed in particolare:

... ..
nel quale un cinquecento diece e cinque
... ..

numero la cui interpretazione ha fatto discutere curatori, commentatori, lettori e critici. Se si scrive il numero nel sistema allora più diffuso, quello romano, si trova DXV. È un anagramma? Di DUX, cioè forse Arrigo VII? Non è un anagramma? E allora potrebbe essere il monogramma greco di Cristo (Unto del Signore); oppure è Domini Xristi Vergatus, il famoso misterioso Veltro, figura d'altra parte assai ricorrente. Oppure potrebbe essere Domini Xristi Vicarius, cioè: il papa. Gli anagrammi numerici erano molto diffusi nel Medioevo ed è quindi probabile da Dante vi abbia fatto ricorso. Ma la mancanza di un'interpretazione sicura (cioè: autorevole tanto da mettere tutti d'accordo ... per un po'), mi lascia ampi spazi di immaginazione. Si può pensare non a DXV ma a 515, nella forma araba, supponendo che Dante se ne fosse già appropriato. Si tratta di un numero che i numerologi hanno già studiato: sarebbe la distanza tra Terra e Cielo, espressa in anni, facendo riferimento ad Ezechiele I 7. ciò se Si accetta come lingua-base dell'interpretazione numerologica l'ebraico [6]. Se invece si accetta il greco, 515 ha come codificazione Parthenos, "Vergine". Se, singolare coincidenza?, si accetta il latino, 515 si codifica in "Mater Christi". La "coincidenza" ha già scatenato ridde di "autorevoli esperti" in dispute ...

Appaiono, sempre nella "Divina Commedia", molti altri passi aritmetici che sto raccogliendo e studiando per un 'opera futura; in questo breve saggio mi limito a queste poche citazioni, non senza ricordare il paragone che Dante fa nel "Convivio" tra l'aritmetica e il Sole: così come il Sole illumina gli altri corpi celesti e di esso non è possibile sostenere la vista, così l'aritmetica illumina e permea tutte le altre discipline scientifiche; sull'infinità dei numeri l'occhio dell'intelletto non può

fermarsi “però che ‘l numero quant’è in sé considerato, è infinito, e questo non potremo noi intendere”.

Com’è annunciato nel titolo di questo paragrafo, passerò ora alla probabilità che, scienza moderna per eccellenza [7], doveva ancora del tutto costituirsi come tale ai tempi di Dante; a proposito di questa disciplina, ho trovato un solo passo, peraltro famosissimo e citatissimo, in Purg. VI 1-3:

*Quando si parte il gioco della zara,
colui che perde si riman dolente,
repetendo le volte, e tristo impara:*

... ..

Anche per quanto concerne questo passo, voglio frenare scorretti entusiasmi; c’è stato chi ha voluto vedere in questi versi un’anticipazione della teoria della probabilità, quella che più tardi G. Cardano (1501-1576), G. Galilei (1564-1642), P. Fermat (1601-1665) ma soprattutto B. Pascal (1623-1662) affronteranno in modo corretto e consapevole. Non basta parlare di un gioco di dadi per farne un’analisi matematica significativa ...

Questo passo è uno dei più celebri ed amati dai cultori ... matematici di Dante, più e più volte citato; vi si cela l’analisi probabilistica ingenua (“repetendo le volte”) da parte di un giocatore sconfitto (“colui che perde”) ad un gioco di dadi (“il gioco della zara”), diffusissimo (stando alle testimonianze del giurista Odofredo, morto nel 1265) non solo tra la plebe medioevale (tanto da arrivare ad essere vietato sulle strade e sulle piazze, in più occasioni, per esempio a Bologna, dove si chiamava “ludus ad gnaffum” nel 1272), ma anche tra i giullari e gli uomini di corte, come testimonia, per es. Antonio da Ferrara (1315-1370 c.a.). In arabo, “dado” è “zahar” o “zahr” ed il gioco, che ha molte varianti, è presto spiegato in quella più diffusa in Italia: si gettano 3 dadi su una superficie piana (può essere un tavolo ma spesso veniva giocato per strada sul selciato). I due giocatori, nel breve intervallo di tempo che intercorre tra il lancio dei dadi ed il loro arresto, dicono ciascuno un valore: vince la posta chi azzecca il risultato. I valori possibili sono, ovviamente, quelli che vanno da 3 a 18 compresi; ma, per regola, 3, 4, 17, 18 sono valori, per così dire, “neutri”, sui quali i giocatori non possono puntare (un po’ come zero alla roulette; qui, però, non c’è il “banco”). L’analisi del gioco è matematicamente assai banale: due numeri, 10 e 11, hanno probabilità maggiori di uscire di tutti gli altri e puntare sui valori-limite ammessi, cioè 5 e 16, dà poche occasioni di vittoria. Nella edizione critica ad uso scolastico [S] a pag. 58, emblematico è il fatto che, nella nota a piè di pagina, nel tentativo di dar ragione all’accomunare i valori 3, 4, 17, 18 nell’esclusione, si trovi la seguente spiegazione: ciò è dovuto al fatto che la loro possibilità di uscita è unica. Ora, l’analisi è corretta nei casi 3 e 18 i quali hanno in effetti probabilità 1 su 216 di apparire; ma 4 e 17 hanno probabilità non uguale a quella, bensì addirittura tripla: 3 su 216. Né miglior sorte spetta alla appendice della voce “zara” dell’“Enciclopedia Dantesca”; ivi, a pag. 1166 si trova: “Erano considerati nulli (...) i numeri ottenibili con una sola combinazione tra i tre (...) dadi (ossia i due numeri più bassi e i due numeri più alti possibili: 3 e 4, 17 e 18 per il gioco con i tre dadi (...)). Se è vero che Dante rappresenta ancora oggi un esempio straordinario di unificazione delle snowiane “due culture”, è, ahimè, altrettanto vero che da molto tempo si è persa ogni speranza di proseguire su questa strada: la specializzazione culturale fa sì che anche il più grande competente della disciplina A rischi di essere del tutto ignorante nella B, con grande nocumento per entrambe.

Note.

[1] Molto si potrebbe qui dire sul significato che vari studiosi hanno voluto dare alle matematiche, anche se queste esulavano dal loro specifico campo d’interesse. Vorrei qui ricordare il pensiero di Agostino di Tagaste (354-430) per il quale l’aritmetica ha valore ascetico. (Si veda [Car], ad esempio).

[2] Su questo punto ci furono e ci sono posizioni molto diverse; lo storico della matematica G. Loria nega contatti tra Dante e l'opera di Leonardo ("Storia delle Matematiche", Torino 1929, vol. I, pag. 409); viceversa, I. Baldelli fa l'affermazione opposta ("Di un volgarizzamento pisano della Practica Geometrie", Rivista di Cultura Classica e Medioevale, Roma 1965, 1-3). Sembra tuttavia plausibile l'ipotesi di S. Maracchia ("Dante e la matematica", Archimede, ottobre 1979, 4, 207) secondo il quale Dante potrebbe non essere venuto a contatto con l'opera di Leonardo direttamente, ma "conobbe alcuni suoi risultati più facili e accessibili"; tanto più che molti Autori hanno affermato la scarsa diffusione che ebbero le opere di Leonardo (si pensi che addirittura M. Cantor tende ad attribuire il merito della diffusione della nuova matematica a Giordano Nemorario, contemporaneo di Leonardo, piuttosto che a quest'ultimo, proprio a causa della scarsa diffusione di cui sopra). Curioso, però, il fatto che Dante citi e dunque conosca Michele Scotto, che cita in Inf., 116-117, noto per aver contribuito ad una nuova stesura proprio del "Liber Abaci" ... A mio avviso, su questo punto c'è ancora da indagare.

[3] Questa frequenza alle lezioni di Pietro Hispano, confermata da molti Autori, mi lascia un po' perplesso; alla morte di Pietro, Dante aveva 12 anni! Pare che le lezioni avessero come argomento l'ottica, ma certo, com'era negli interessi di Pietro e nello spirito dell'epoca, non saranno mancate argomentazioni logiche (Pietro è il massimo logico medioevale) e teologiche (lo studio della logica, della "dialettica", aveva principalmente questo scopo; e Pietro era papa). Come può un bambino di al più 12 anni cogliere quel che la tradizione vuole che cogliesse? È assai più verosimile che Dante ricordasse quelle lezioni non per il loro contenuto, ma per la personalità dell'insegnante; e che successivamente, per conto proprio, se lo ha fatto, abbia studiato le opere di Pietro.

[4] Anche su questo punto c'è una lunga controversia in corso: è da attribuire a Leonardo questo merito? Tra i ... contendenti ho trovato citato ancora quel Giordano Nemorario, Gerberto di Aurillac (morto nel 1003) (papa Silvestro II) e, all'indietro, addirittura Severus Sebock (attivo nel 650) (vescovo mesopotamico).

[5] Varie sono le testimonianze, tutte concordi, sulla presenza del problema della capra, del cavolo e del lupo in Alcuino: un'edizione del 1777 di Ratisbona, una del 1863 di Parigi (dove appare il problema come numero 18) ed altre più moderne; un po' più discussa la presenza in Beda: questi non numerava i problemi ma i suoi 53 sono tutti riportati in Alcuino tranne 3 (che, per motivi che non starò qui a specificare, Folkerts, in un'edizione critica di Alcuino del 1978, numera: 11a, 11b e 33a). In questa numerazione, il problema (di Alcuino-Beda) è, appunto, il 18. Tale presenza sarebbe confermata da un'edizione dell'opera aritmetica di Beda stampata a Basilea del 1563 e da successive riedizioni con curatori diversi, per esempio quella di J.P. Migne di Parigi (1800-1875) del 1904. La presenza irlandese di questo gioco in studiosi di tal rango mi ha messo sulle tracce di un immaginario (per ora) filo conduttore che sto seguendo, come in un delicato interessante labirinto ... Per molte indicazioni bibliografiche su questo punto sono debitore a Dario Uri, 'giocologo' di fama internazionale.

[6] È noto che in numerologia si "trasformano" le lettere dell'alfabeto di una lingua in numeri e viceversa. Dunque, numeri uguali hanno, di norma, interpretazioni numerologiche diverse, da lingua a lingua.

[7] Per una introduzione alla storia della probabilità, si veda [Dup].

Citazioni bibliografiche.

[A] B. Andriani, "Aspetti della scienza in Dante", Le Monnier, Firenze 1981.

[S] D. Alighieri, "La Divina Commedia", a cura di N. Sapegno, la Nuova Italia ed., Firenze 1958; ho voluto esaminare un'edizione di livello scolastico, di fatto quella che più d'ogni altra circola

nelle nostre scuole secondarie.

[Car] E. Carruccio, "Il valore ascetico nella matematica nel pensiero di S. Agostino", *Studium*, dicembre 1964.

[Cim] G. Cimmino, "Dante e la Matematica", *Atti della Accademia Pontaniana*, 36, 1988, 7-17.

[Dup] P. Dupont, "Primo incontro con la probabilità-Storia e didattica", SEI, Torino 1985; si tratta di un testo didattico che va bene per le prime notizie; ivi, vasta bibliografia per proseguire.

[D1] B. D'Amore, "Cenni sulla presenza della matematica nell'opera di Dante", *Atti del Convegno "Dante e l'enciclopedia delle scienze"*, Bologna 1991. (Il Convegno ebbe luogo a Bologna il 24 maggio 1990).

2. Logica formale.

A proposito della presenza e della tipologia della logica e del suo uso da parte di Dante nella "Divina Commedia", molti autori hanno espresso più d'un parere; se è vero (e si scusi il voluto bisticcio) che la "logica" usata nelle sue argomentazioni da Dante è schiacciante, dove egli attinge questa forza deduttiva? E la logica stessa è mai argomento esplicito in Dante?

Va da sé che non si tratta di Logica Matematica, la quale nasce solo con l'opera di Georges Boole attorno alla metà del XIX secolo; direi che in Dante la logica è esercizio rettorico, è intelligenza, è cultura, è chiarezza di idee; nel modo di dire comune, questa è "logica". Ebbene, pur presente, ma difficile a definirsi, io non mi voglio qui occupare di questa logica-del-senso-comune; intendo invece dedicare energie a quell'aspetto della logica, in Dante, che si può pensare appartenere a tutta quella serie di riflessioni che, a partire contemporaneamente da Aristotele e dai Megarico-Stoici, hanno appunto portato pian piano a Boole, anche attraverso i logici medioevali, regalando al mondo la Logica Matematica così come oggi è intesa.

Dove, come, quando Dante ha appreso la logica? Certo, nello studio del Trivio: Grammatica, Retorica, Dialettica, dove, appunto, quest'ultima disciplina coincide in gran parte con la logica. E poi in quei famosi 30 mesi da me già citati in [D1] e nel paragrafo precedente. Se Cicerone sta per Retorica, Boezio sta (anche) per Logica, dato che attraverso Boezio Dante è arrivato ad Aristotele (del quale ha certo una lettura diretta), e poi a Pietro Hispano la cui opera, come vedremo, conosce e cita. Dante studia poi Tommaso d'Aquino (1221-1274), anche lui logico finissimo. Tra gli studi di Boezio che Dante potrebbe aver fatto, c'è quel "Modi significandi sive quaestiones super Priscianum maiorem" che costituisce sostanzialmente un testo di logica delle modalità. Boccaccio immagina (inventandolo, pare, di sana pianta) un viaggio di Dante a Parigi per creargli radici dell'aristotelismo radicale (che potremmo impropriamente chiamare avverroismo) e delle sue conoscenze di logica. Ma studi ben noti di M. Grabmann, C.I. Ermantiger, A. Maier, R. De Vaux, A. Birkenmaier, C. Calcaterra e B. Nardi (rispettivamente: 1931, 1954, 1956, 1933, 1970, 1948 e 1949) mostrano come questo aristotelismo radicale fosse attecchito nella Facoltà di Arti a Bologna, proprio nel periodo frequentato da Dante (e Cavalcanti) nell'Ateneo felsineo.

D'altra parte, grazie a Michele Scotto la tradizione aristotelica reinterpretata da Averroé giunse dalla corte di Federico prima a Bologna che a Parigi (com'è testimoniato dalle lettere di Pier delle Vigne e di Manfredi); infine, come non ricordare la scoperta di J. Pinborg (fatta nel 1967) del manoscritto "Quaestiones magistri Mathei Bononiensis super modo significandi et super grammaticam", precedente l'opera dei danesi Martino e Boezio? A Bologna, certe idee sulla logica modale circolavano già da tempo; e Bologna non ebbe le condanne che ebbe Parigi, dato che qui mancava una Facoltà di Teologia, mentre quella giuridica era protetta dall'Imperatore. Tant'è vero che, quando l'opera di Boezio fu condannata nel 1277, essa non scomparve da Bologna, se è vero che Gentile da Cingoli la ritrascrisse e la glossò: è questa versione che, verosimilmente, ebbe poi tra le mani Dante. Ad ulteriore conferma di questi appunti preliminari, chiamo in causa lo studio di M. Corti, "Dante ad un nuovo corcevia. (Firenze, 1982), nel quale si annoda il sottile filo che parte dal "Modi significandi" di Boezio e termina con il "De vulgari eloquentia": impossibile mettere in discussione il fatto che la formazione logica di Dante passi attraverso lo studio dell'opera di Boezio

(e poi di Sigieri e di Martino di Dacia) nell'ambiente bolognese, come afferma anche P. Rossi in "Logica e ontologia nel pensiero di Dante", Epistemologia, Genova, 12, 1989, 277-286.

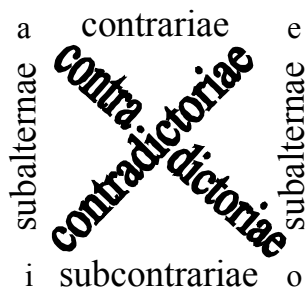
Detto ciò, andiamo dunque alla ricerca di passi logici espliciti nella "Divina Commedia". Comincerò da Par. XII 134-135:

... ..
... e Pietro Ispano,
lo qual giù luce per dodici libelli

Si noti che Dante parla direttamente di Pietro Ispano e non del papa Giovanni XXI (che era poi solo il ventesimo papa di nome Giovanni, in verità). Questo è un richiamo esplicito ad un personaggio che Dante doveva amare e ben conoscere; quei "dodici libelli" sono i dodici libri che compongono le "Summule logicales" di Pietro, opera che ci permette di dire che si tratta del massimo logico medioevale. [1] A lui si deve una definizione di logica che, sebbene del tutto inaccettabile oggi dai logici professionisti, consente ancora qualche meditazione critica:

*Dialectica est ars artium et scientia scientiarum ad
 omnium methodorum principia viam habens.*

Dante conosceva questa imponente opera di logica, a lui contemporanea e di respiro quasi moderno. Si pensi che nel I volume si trova già traccia di quello che oggi viene chiamato "calcolo degli enunciati" (per quanto ingenuo), mentre nel IV trova posto la sillogistica. È in quest'opera che si trovano i famosissimi versi mnemonici dei sillogismi validi: barbara, celarent, darii, ferion (tanto per limitarci alla prima figura) che poi si son diffusi tanto che oggi si usa dire: "un sillogismo in barbara" per indicare la forma: "ogni B è A, ogni C è B; dunque: ogni C è A". È in quest'opera che i quattro giudizi delle forme a e i o (universale affermativa: Affirmo; universale negativa: nEgo; particolare affermativa: affirmo; particolare negativa: negO), si trovano nella celeberrima forma a quadrato, ai quattro vertici:



come ancora oggi si trova in molti scherni su libri di testo di logica o di filosofia. Dante conosceva queste cose, avendo studiato logica al massimo livello per i suoi tempi.

(In fondo, Pietro Ispano s'era meritato il paradiso, almeno per questo!).

Sempre in Par. VI 19-21:

... ..
Io li credetti; e ciò che 'n sua fede era,
vegg' io or chiaro sì, come tu vedi
ogni contraddizion e falsa e vera.

È la famosissima narrazione della conversione di Giustiniano (482-565) (“Io”) ad opera di Agapito (papa dal 533 al 536) (“li”): “ciò che io allora accoglievo come materia di fede [la dottrina ortodossa della duplice natura di Cristo], fidando nell’autorità di lui, ora lo vedo con la stessa chiarezza ed evidenza con cui tu intendi che, di due proposizioni che si contraddicono, una è necessariamente vera e l’altra falsa” [S]. Si tratta del “principio del terzo escluso”: dati due enunciati dei quali uno è la negazione dell’altro (A e non A) uno è vero e l’altro è falso. A lato di questa interpretazione per così dire “classica”, se ne può proporre un’altra più azzardata, ma giustificabile sulla base della conoscenza che Dante dimostra delle “Summule logicales”. Ivi si trova enunciato il celebre metateorema dello Pseudo-Scoto: “Ex absurdis sequitur quodlibet”, secondo il quale da una contraddizione si può dimostrare qualsiasi cosa, e il falso e il vero. (Su questo interessante metateorema, si vedano: [C], [CI] e [B]). Mi sembra che questa interpretazione spieghi meglio il passo in questione e si adatti meglio alla situazione:

*dalla fede alla chiarezza evidente
dalla fede alla ragione, dunque alla dimostrazione.*

Altrimenti, l’interpretazione precedente non sarebbe altro che un atto di fede, un “principio logico”, appunto, e non un teorema; il che sembra contraddire proprio lo spirito di quel che Dante sta cercando di dire. “Principio” era questo, si noti bene, anche ai tempi di Dante, derivando dalla logica di Aristotele. La natura dimostrativa del teorema dello Pseudo-Scoto meglio coglie, a mio avviso, il passaggio dalla fede alla ragione in Giustiniano.

Ancora un riferimento alla logica troviamo in Par. XIII 98-99:

... ..
... o se necesse
con contingente mai necesse fenno;

Si tratta di un passaggio “tecnico” di logica modale: in un sillogismo una premessa necessaria ed una contingente possono dare una conseguenza necessaria? Il problema, non banale, era già stato affrontato e negativamente risolto da Aristotele in “Analitici pr.” I 16. Dunque, una questione erudita di logica tecnica che Dante mostra di conoscere ed alla quale fa volentieri ricorso (tutta l’argomentazione di questo brano è logica, dato che si sta dibattendo, una questione teologica ed è risaputo che Tommaso d’Aquino era ben noto per le sue argomentazioni teologiche con strumenti di sofisticata logica).

Consapevole di forzare un po’ la mano, a questo punto, ma anche sicuro di proporre un’argomentazione affascinante, invece di proseguire sulla strada intrapresa (logica esplicita in Dante) mi avvicino ad uno dei brani più intensi di tutta l’opera, Inf. XXVII 112-123: si tratta della vicenda di Guido da Montefeltro, convinto a peccare gravemente dal papa Bonifacio VIII. Lo sventurato frate francescano, ex grande condottiero, Guido, narra a Dante la sua tragedia. Il papa lo convince al tradimento ma lo rassicura assolvendolo in anticipo. Guido si lascia convincere, pecca, e poi, anni dopo, muore. A quel punto lo stesso Francesco d’Assisi lo va a prelevare per portarselo seco in paradiso, come era d’uso per le anime dei fraticelli dell’ordine, quando appare un “nero cherubino”:

... ..
*Francesco venne poi, com’io fu’ morto,
per me; ma un de’ neri cherubini
li disse: “Non portar: non mi far torto.*

*Venir se ne dee giù tra’ miei meschini
perché diede il consiglio fraudolente,
dal quale in qua stato li sono a’ crini;*

*ch' assolver non si può chi non si pente,
né pentere e volere insieme puossi
per la contraddizion che nol consente".*

*Oh me dolente! come mi riscossi
quando mi prese dicendomi: "Forse
tu non pensavi ch' io loico fossi"!"*

... ..

Questo aggettivo finale, "loico", è una tentazione troppo forte; come non credere ad un ... invito da parte di Dante a verificare che il nero cherubino abbia ragione, e a non fidarsi dell'apparente evidenza?

Dunque: si svolge una lotta tra Francesco d'Assisi (il fondatore dell'ordine, un santo, addirittura) ed uno qualunque dei neri cherubini, e la lotta è ... a suon di logica. E quel nero cherubino trionfa, trasportandosi la sua preda "giù" all'Inferno in virtù di un ragionamento schiacciante che lascia il povero Francesco con tanto di naso. Ettore Carruccio, in [CI], ha esaminato il testo dantesco sulla base della Logica Matematica; io mi limito qui, per ora, a ripresentare i conti.

Siano:

U l'insieme-universo degli esseri umani

V(x) il predicato ad un posto: x ha gravemente peccato

P(x) il predicato ad un posto: x si è pentito

A(x) il predicato ad un posto: x è stato (validamente) assolto

g la costante: Guido da Montefeltro.

Le premesse del nero Cherubino sono tre:

1. V(g) cioè: g ha gravemente peccato (dando il consiglio fraudolento)
2. $(\forall x) \neg [A(x) \wedge \neg P(x)]$ cioè: assolver non si può chi non si pente
3. $(\forall x) \neg [P(x) \wedge V(x)]$ cioè: né pentere e volere insieme puossi.

La tesi del nero Cherubino è:

T: $\neg A(g)$ cioè: Guido non è stato (validamente) assolto.

Ora, è indubitabile che le premesse del demonio sono accettabili e che le possiamo accettare come vere; in più, se applichiamo la regola di particolareggiamento a 2. ed a 3. (cioè: sostituiamo la costante g al posto della generica x), abbiamo:

2'. $\neg [A(g) \wedge \neg P(g)]$

3'. $\neg [P(g) \wedge V(g)]$.

Consideriamo ora l'implicazione:

$(1 \wedge 2' \wedge 3') \rightarrow T$.

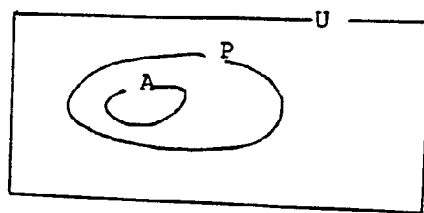
Facendo conti piuttosto facili (trattando le formule chiuse come enunciati) si scopre che si tratta di una tautologia; inoltre, usando la regola di congiunzione, essendo 1, 2', 3' premesse vere, anche $1 \wedge 2' \wedge 3'$ lo è. Ora, con la regola Modus Ponens, essendo l'implicazione vera e l'antecedente vero, è vero il conseguente, cioè è vera la tesi del nero cherubino. Il diavolo ha quindi perfettamente ragione

ed il povero Guido scontrerà una pena eterna ... per non aver fatto lui stesso questo ragionamento, prima di cedere alle lusinghe del papa.

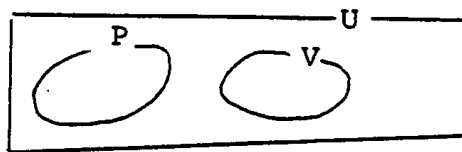
Dante avrebbe potuto ragionare così? A parte il simbolismo moderno, a parte l'evidenza ed il nome dati alle regole utilizzate (evidenza che è di stile moderno, dato che i logici medioevali spesso davano per scontata l'applicazione delle regole) la risposta è positiva: tutto ciò si basa in fondo sulla regola *Modus Ponendo Ponens* molto usata in quel periodo ed il cui nome è proprio medioevale, quello usato da Pietro Ispano. Non è quindi da escludere che Dante avrebbe saputo argomentare in modo simile a questo, anche se mettendo forse meno enfasi nei singoli passaggi e, certamente, con tutt'altro genere di simbolismo (o, anzi, con nessun simbolismo affatto).

Ma non basta. Abbiamo visto che Dante conosceva i sillogismi; ebbene è possibile argomentare che il nero cherubino ha ragione, anche con adeguato semplice sillogismo.

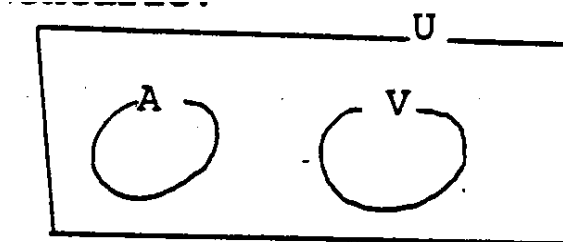
"Assolver non si può chi non si pente" significa che: "Ogni assolto è un pentito"; in termini di insiemi, se A è l'insieme degli assolti (validamente) e P quello dei pentiti: $A \subset P$:



"Né pentere e volere insieme puossi" significa che: "Nessun pentito è un peccatore volontario"; se con V indichiamo l'insieme dei peccatori consapevoli, abbiamo: $P \cap V^C$ (cioè P è incluso nel complementare di V):



Se ne deduce, con un banale sillogismo, che $A \subset V^C$ (V , cioè che l'insieme degli assolti è incluso nel complementare dei peccatori volontari o, meglio, che nessun assolto può essere un peccatore volontario).



In modo più esplicito, se g è un elemento di A , allora è anche elemento di V^C , cioè non è elemento di V .

Anche i sillogismi incatenano Guido al suo destino. Noi ci chiediamo solo quale dei due ragionamenti sia quello più vicino a quanto avrebbe potuto fare Dante, con la sua competenza in logica, a parte, al solito, ogni questione formale ed ogni uso di simbolismo.

Note.

[1] C'è un'interessante storia, quasi una leggenda, sull'esistenza di un XIII libro di logica, a carattere teologico, di Pietro; ma non ho saputo rintracciare nulla più di quel che comunemente si sa;

né vi è alcuna traccia nelle opere di Dante circa questo XIII libro: è probabile che la leggenda sia nata dopo.

Indicazioni bibliografiche.

[S] D. Alighieri, “La Divina Commedia”, La Nuova Italia ed., Firenze 1958 (si tratta di un’edizione ad uso scolastico).

[C] B. Carruccio, “Lezioni di Matematiche elementari da un punto di vista superiore”, Pitagora ed., Bologna 1971.

[B] J.M. Bochenski, “La logica formale dai presocratici a Leibniz”, vol. I, Einaudi ed., Torino 1972.

[CI] B. Carruccio, “Mondi della logica”, Zanichelli ed., Bologna 1971.

[DI] B. D’Amore, “Cenni sulla presenza della matematica nell’opera di Dante”, Atti del Convegno “Dante e l’Enciclopedia delle Scienze”, Bologna 1991. (Il Convegno ebbe luogo a Bologna il 24 maggio 1990).

3. Geometria.

Ho già ricordato nel primo paragrafo come Dante, dopo la morte di Beatrice, avesse frequentato le “scuola dei religiosi” e le “disputazioni dei filosofanti”, leggendo Cicerone (la retorica) e Boezio. Sempre nel primo paragrafo Boezio ha significato principalmente Aritmetica; ma non dimentichiamo che lo stesso Boezio ha tradotto Euclide [1].

Era quindi inevitabile, studiando Boezio, incontrare l’opera del geniale alessandrino. Inoltre sono, i primi secoli del II millennio, tempi di traduttori solerti: a partire dal 1116 Platone da Tivoli traduce una grande quantità di libri di matematica dall’ebraico (quelli che Abraham Car Higgha Nasi aveva a sua volta tradotto dal greco e dall’arabo); Platone scrive anche il celebre “Liber Embadorum Savosardae” che ebbe discreta diffusione all’epoca. Nel 1175 Gherardo da Cernona traduce dall’arabo al latino gli “Elementi” di Euclide, ma già mezzo secolo prima Abelardo da Bath lo aveva fatto.

Inoltre, sui vari Libri d’Abaco (già ricordati nel primo paragrafo), figuravano quasi sempre regole geometriche, il più delle volte solo regole pratiche adatte ad agrimensori o muratori o artigiani (i commercianti, cioè coloro che più d’ogni altro si servivano di aritmetica, avevano poco bisogno e dunque poca dimestichezza con la geometria).

Dunque, lo studio della geometria di Euclide, intesa come rigoroso sistema deduttivo, non si poteva praticare banalmente attraverso i maestri d’abaco più rozzi; richiedeva studi più approfonditi, che passavano attraverso la filosofia, di solito. Ed è qui il punto: forse lo studio di Aristotele che Dante intraprese con una certa dose di coraggio [2] in modo così serrato (come abbiamo visto nel paragrafo 2), portava necessariamente a fare i conti con la geometria.

Uno dei più famosi passi matematici di Dante è certo in Par. XXXIII 133-138:

... ..
*Qual è 'l geomètra che tutto s'affigge
per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige,*

*tal era io a quella vista nova;
veder volea come si convenne
l'imgo al cerchio e come vi s'indova;*
... ..

Che cosa sia la “vista nova” è talmente risaputo che sarebbe offensivo nei riguardi del lettore fame

anche solo cenno; ma capire che cosa c'entra la "vista nova", appunto, con quel "misurar lo cerchio", non è immediato. Gli insegnanti e gli studenti, in questi casi, consultano le note di un Critico, poste in fondo alle pagine dei manuali scolastici.

Nel più diffuso di tali testi [S] si trova la spiegazione classica: "come il geometra che si applica, concentrando tutte le sue facoltà mentali, all'*insolubile problema* della quadratura del cerchio..." (corsivo mio), "tale ero io dinanzi a quella straordinaria visione, ché invano ...".

Che cos'è esattamente il problema della quadratura del cerchio? Si può esprimere in due modi almeno, tra loro equivalenti:

- data una circonferenza, trovare un quadrato o un rettangolo il cui perimetro abbia la stessa lunghezza della circonferenza
- dato un cerchio, trovare un quadrato o un rettangolo la cui area abbia la stessa estensione del cerchio.

Questo problema era già stato risolto molto brillantemente nell'antichità greca, per esempio da Dinostrato nel V sec. a. C. (ma non solo da lui [Car]). Era una cosa ben nota, tra gli altri ben spiegata da Platone. Da un punto di vista più modestamente scolastico, il lettore ricorderà d'aver appreso in IV o V elementare che una circonferenza di raggio r misura $2r$; dunque, se si prende un rettangolo di lati 1 e $pr - 1$, lunghezza della circonferenza e perimetro di quel rettangolo coincidono; così, l'area di un cerchio di raggio r è, come ben sa ogni bambino di 10 anni, pr^2 ; dunque, un rettangolo di lati pr ed r avrà area uguale a quella del cerchio.

Ma allora, dove sta l'impossibilità del problema? Dante ha fatto un sottinteso; per motivi soprattutto estetici i Greci privilegiavano le soluzioni "con riga e compasso" (è un modo di dire che nasconde qualche cosa di più preciso che non il mero riferimento ai due strumenti: si veda [Car]); sorvolerò qui sulle questioni tecniche: il lettore può immaginare che si tratti davvero di servirsi di una riga e di un compasso). La soluzione data da Dinostrato e dagli altri studiosi greci della quadratura del cerchio è sì corretta, ma NON è stata ottenuta con riga e compasso!

Inutilmente e per secoli, dapprima i matematici greci e poi via via tutti gli altri, cercarono di quadrare il cerchio con questi strumenti, inutilmente: oggi sappiamo che ciò è impossibile (lo ha dimostrato Lindemann, ma solo nel 1882!). I Greci devono averlo supposto, anche se in modo implicito: non può essere un caso se i tre problemi più amati e più studiati (i tre "problemi classici della geometria greca", citatissimi da Platone), tra i quali, appunto, quello qui in esame, erano perennemente presi ad esempio. (La cosa curiosa è che a nessun docente di Lettere della scuola superiore, e a nessuno studente in prossimità di maturità, venga in mente che, mentre nelle ore di Lettere si commentano questi versi in tal modo, nelle ore di Matematica il cerchio, dalla quinta elementare in poi, si sa quadrare, e come!). Dunque, non è impossibile il problema della quadratura del cerchio: è impossibile nelle modalità dette, con quegli strumenti. La nota del Critico è, dunque, quanto meno, fuorviante.

Ora, però, il problema è: poiché Dante non dice esplicitamente "con riga e compasso", è da ritenere che anche lui cadesse nell'errore del Critico, oppure che conoscesse la questione e ritenesse che i suoi lettori pure la conoscessero talmente bene che non valeva la pena star lì a fare i pignoli? Non avremo mai la risposta a questa domanda; ma la competenza geometrica che si può dimostrare in Dante, mi spinge quasi quasi ad azzardare che siamo di fronte ad un altro esempio di sconfitta attuale dell'unicità della cultura: in Dante le "due culture" convivevano; nei suoi lettori attuali, ahimè, spesso non solo non-matematici ma anti-matematici (perché stupidamente la matematica è considerata materia vuota ed "arida come i sassi", con Gentile), no.

C'è però da dire che per "quadrare il cerchio" spesso si intende una visione diversa anche se del tutto equivalente alla precedente e cioè trovare l'esatto valore del rapporto tra lunghezza di una data circonferenza e suo raggio, rapporto uguale per tutte le circonferenze. Ora, qui si dovrebbe aprire tutt'un'altra storia; Aristotele afferma in "Categorie" 7 b 31-33 che tale problema non è ancora scientifico, intendendo, seguo la traduzione critica di G. Colli, che non esiste una scienza di tale

quadratura, anche se esiste il problema come oggetto del sapere; si potrebbe supporre che Dante abbia fatto uso di queste affermazioni, più che di quelle di Boezio che, invece, al riguardo, prende una ... cantonata, proprio commentando il precedente passo di Aristotele; Boezio afferma, infatti, che il problema è stato risolto; egli fa riferimento senz'altro alla misura di p che si suole far risalire al matematico greco Brisone, condannata da Aristotele ed addirittura da questi ridicolizzata, ma accettata da molti geometri e cioè di $22/7$ che corrisponde grosso modo al valore medio dei due estremi fissati per p da Archimede, cioè:

$$3 + 10/71 \text{ e } 3 + 1/7$$

(In realtà, Brisone non pare far cenno al valore “archimedeo” $22/7$, limitandosi a dire che tra il quadrato inscritto e quello circoscritto ad un cerchio ce n'è uno equiesteso al cerchio: si veda [L2] pagg. 96-97).

Ora si apre un giallo piuttosto complesso:

- Dante aveva letto Archimede?
- Se anche non lo aveva letto, poteva conoscere i calcoli del Siracusano per sentito dire?
- Dante accettava la misura $22/7$, molto diffusa nella sua epoca?
- Se Dante afferma che tale rapporto esatto non esiste nel Par., qual è il calcolo esatto da fare in Inf. XXIX 7-9 circa la misura delle bolge ?
- Come mai Dante, fedele lettore di Boezio, non accetta il valore da questi suggerito per p ?

E così via. Si potrebbe rispondere a ciascuna domanda a suon di date: traduzioni di Archimede furono compiute dal frate fiammingo Guglielmo di Moerbeke (1215-1286?), è vero, ma esse circolarono con molta difficoltà; per esempio, ne ebbe in mano una rarissima Nicolò Fontana da Brescia (il Tartaglia) che nel 1543 e nel 1565 fece credere effettuate da lui, appunto, traduzioni di Guglielmo (l'imbroglione, caratteristico del pur eccellente matematico bresciano, fu scoperto solo nel 1884, riscoprendo un'altra rara traduzione di Guglielmo nella biblioteca Vaticana) [3].

Prima di passare ad altro, a complicare le cose sta il fatto che Dante conosceva Brisone: lo cita, infatti in Par. XIII 121-126, addirittura con Parmenide di Elea, con Melisso, ed altri grandissimi (si veda [A]), pag. 145-146 per commenti al riguardo).

Ma eviterò di narrare tutta la storia e di entrare in dispute di questo tipo, rinviando ad altra occasione di maggior respiro.

Proseguendo nella ricerca di altri passi a carattere geometrico, troviamo nella “Divina Commedia” paragoni, esempi o parafrasi per le quali, appunto, il campo di riferimento è la geometria, anche quando avrebbe potuto essere qualsiasi altro.

Per esempio, in Par. XIII 88-101 si sta discutendo il problema seguente: c'è contraddizione tra la sapienza perfetta di Adamo e di Cristo, e la sapienza di Salomone?

Tutta la questione è interessante, ma io punto l'attenzione specificamente sui versi 95-102:...

... el fu re, che chiese senno
acciò che re sufficiente fosse;

non per sapere il numero in che enno
li motor di qua su, o se necesse
con contingente mai necesse fenno;

*non, si est dare primum motum esse,
o se del mezzo cerchio far si pote
triangol si ch'un retto non avesse.*

... ..

Si tratta di due affermazioni, l'una tratta dalla fisica e l'altra dalla geometria:

- è possibile che vi sia un moto primo, cioè a sua volta non causato da un altro moto
- è possibile che esista un triangolo inscritto in una semicirconferenza ma non rettangolo.

Ebbene, Dante le prende come esempi palesi di qualche cosa di falso perché contraddicono alla modalità della necessità logica:

- se c'è un moto, allora c'è anche necessariamente qualche cosa che l'ha generato, una causa
- se un triangolo è inscritto in una semicirconferenza, allora necessariamente quel triangolo è rettangolo cioè ha un angolo retto.

Ora, mentre l'affermazione di carattere fisico è legata al discorso che si sta facendo (e porta, com'è ben noto, alla esistenza di un unico Ente in grado di causare senza precedente causa, un Motore a sua volta Immobile), come campo di riferimento analogico, per prelevare un esempio di qualche cosa di altrettanto necessario, Dante avrebbe potuto scegliere qualsiasi altro dominio, anche e soprattutto del mondo dell'esperienza; sceglie la geometria perché gli è facile, consono, immediato, ... E forse perché, insisto, quel tipo di competenze era diffuso ed ovvio tra i letterati dell'epoca e tra le persone colte. (Si noti anche lo stile di queste due affermazioni, pedante e scolastico, ripetitivo: sembrano voler richiamare alla mente un insegnamento accademico cattedratico; ed è verosimile che questioni di filosofia e di teologia venissero davvero insegnate così; la geometria sembra più pertinente a quei campi che non ad altri).

A conferma di quanto asserito, ecco Par. XVII 13-15:

... ..
*“O cara piota mia, che sì t'insusi,
che come veggion le terrene menti
non capere in triangol due ottusi,*

*così vedi le cose contingenti
anzi che sieno in sé, mirando il punto
a cui tutti li tempi son presenti;*

... ..

Dante ha appena incontrato il suo avo Cacciaguida e intende dirgli che lo vede così elevato, così in alto con il suo spirito che, come le menti umane vedono con assoluta certezza che in un triangolo non possono starci due angoli ottusi, così Cacciaguida vede le cose del futuro prima che avvengano (l'immagine è a dir poco stupenda: una specie di big bang temporale, un punto di assoluta contemporaneità, prima dell'inizio della freccia temporale). Ancora una volta, dovendo dare un esempio di impossibilità logica, Dante ricorre ad un esempio geometrico (è il teorema XVII del I libro degli “Elementi” di Euclide, enunciato ben 17 volte nelle opere di Aristotele e dimostrato per intero nella “Metafisica” 1051 a 24-25, enunciato ma non dimostrato da Boezio).

Non so se sia lecito citare nell'ambito della geometria anche uno splendido esempio in realtà di ottica; ma, poiché si tratta di ottica geometrica, non mi sembra poi del tutto fuor di luogo; lo si trova in Purg. XV 16-21:

... ..
*Come quando da l'acqua o da lo specchio
salta lo raggio a l'opposita parte,
salendo su per lo modo parecchio*

*a quel che cade, e tanto si diparte
dal cader della pietra in igual tratta,
si come mostra esperienza ed arte.*

... ..

Un raggio di luce emana, come Virgilio spiega a Dante, dal volto di un angelo. Ma, pur essendo luce riflessa, non è solare, visto che il Sole è alle spalle dell'angelo; come già interpretarono Buti e Landino e come Sapegno spiega, è la luce che emana direttamente da Dio a colpire, come raggio riflesso, il volto del Poeta. Il che giustifica, secondo lo stesso Sapegno, la minuzia altrimenti oziosa con la quale Dante spiega il processo matematico-fisico che contraddistingue il fenomeno della riflessione della luce: il raggio incidente e quello riflesso si trovano sullo stesso piano perpendicolare al piano di riflessione; non solo: l'angolo di incidenza e l'angolo di riflessione (pensati rispetto alla verticale: il "cader della pietra") sono uguali. "Sì come mostra esperienza e arte": "arte" sta per "esperimento" e dunque sarebbe: "esperienza ed esperimento" (non posso qui non ricordare ancora le famose lezioni di ottica date da Pietro Ispano a Siena, notando come lo stesso Pietro fosse fautore di un metodo euristico).

(Altri esempi di Dante fisico in [Cim]). (Per avere un'idea del tentativo che fa Dante di applicare un metodo sperimentale, del tutto ingenuo ai nostri occhi moderni, più "qualitativo" che "quantitativo", si veda Par. II 94-105, che lascio senza commenti:

... ..
*Da questa istanza può deliberarti
esperienza, se già mai la provi,
ch'esser suol fonte ai rivi di vostr'arti.*

*Tre specchi prenderai; e i due rimovi
da te d'un modo, e l'altro, più rimosso,
tr'ambo li primi li occhi tuoi ritrovi.*

*Rivolto ad essi, fa che dopo il dosso
ti stea un lume che i tre specchi accenda
e torni a te da tutti ripercosso.
Ben che nel quanto tanto non si stenda
la vista più lontana, li vedrai
come convien ch'igualmente risplenda.*

... ..

Evito qui ogni riferimento al Dante astronomo, tolemaico ed aristotelico (e scrivo questa congiunzione con enfasi particolare in modo consapevole, perché tanto ci sarebbe da discutere...), il che mi porterebbe assai lontano. Ma non senza ricordare che per poter comprendere e spiegare il sistema delle sfere concentriche necessarie a concepire il sistema aristotelico, occorre qualche non banale riflessione.

Note.

[1] Boezio ha anche scritto una “Geometria”, ispirandosi all’opera di Euclide e, com’è stato a lungo tradizione, commentando quell’opera; Boezio ha però una caratteristica: enuncia i risultati senza darne dimostrazioni. In più, c’è da dire che l’attuale critica tende a non riconoscere più come autore della “Geometria” Boezio.

[2] Non si può non ricordare che Aristotele è riportato in Occidente ed in Europa grazie agli Arabi, in arabo, ma è accolto, anche proprio per ciò, con estrema diffidenza. È del 1210 il decreto del Consiglio Provinciale di Parigi, confermato 5 anni dopo dal legato pontificio Roberto di Courçon: “nec libri Aristotelis de naturali philosophia nec commenta legantur Pariis publice vel secreto”. Sarà poi il sistematico lavoro dei domenicani ad inserire addirittura l’aristotelismo all’interno della filosofia cristiana. Il modo in cui Dante accoglie le tesi di Aristotele, così in anticipo sui tempi, non può non aver creato sospetti nei suoi contemporanei. Anche per questo, insieme ad altri motivi più vari, nel 1335 (14 anni dopo la morte di Dante) il Capitolo Provinciale dello Studio Generale in Santa Maria Novella vietò a tutti, frati, giovani e vecchi, di leggere le opere poetiche e prosastiche scritte in lingua volgare dal “cosiddetto” Dante, con il pretesto che dovevano occuparsi più di teologia. In particolare si proibiva “lectio librorum seu libello per illum qui Dante nominatur, in vulgari compositos”.

[3] Per saperne di più, si vedano [L1] ed [M].

Riferimenti bibliografici.

B. Andriani, “Aspetti della scienza in Dante”, Le Monnier ed., Firenze 1981.

[S] D. Alighieri, “La Divina Commedia”, a cura di N. Sapegno, La Nuova Italia ed., Firenze 1958.

[Cim] G. Cimmino, “Dante e la matematica”, Atti della Accademia Pontoniana, 36, 1988, 7-17.

[Car] E. Carruccio, “Lezioni di Matematiche elementari da un punto di vista superiore”, Pitagora ed., Bologna 1971.

[L1] G. Loria, “Storia delle matematiche”, Torino 1929, vol. I.

[L2] G. Loria, “Le scienze esatte nell’antica Grecia”, Hoepli, Milano 1914.

[M] S. Maracchia, “Dante e la matematica”, su: “Archimede”, 4, ottobre 1979, 195 segg.

[DI] B. D’Amore, “Cenni sulla presenza della matematica nell’opera di Dante Alighieri”, Atti del Convegno “Dante e l’Enciclopedia delle scienze”, Bologna 1991. (Il Convegno ebbe luogo a Bologna il 24 maggio 1990).

L’autore ringrazia i professori Silvio Maracchia (Dipartimento di Matematica dell’Università “La Sapienza” di Roma), Emilio Pasquini (Dipartimento di Italianistica dell’Università di Bologna) e Francesco Speranza (Dipartimento di Matematica dell’Università di Parma) per le letture critiche fatte su precedenti versioni di questo testo del quale, peraltro, assume piena responsabilità.

